

# Problém identity a individuality v kontexte kvantovej teórie

Miroslav Karaba

KARABA, M.: The Problem of Identity and Individuality in the Context of Quantum Theory. *Studia Aloisiana*, 2020.

The presented paper is dealing with the issue of identity and individuality in the scope of quantum theory, particularly in relation to the Leibniz's principle of indiscernibility. As it turned out, the non-individuality of particles is not a necessary consequence of quantum statistics. There is a whole range of possibilities, as in a different metaphysical context, to interpret the physical basis and to provide quantum entities with the status of individual although indistinguishable objects. However, the price on such a procedure is a violation of the Leibniz's principle. Another possibility is to focus on alternative interpretations of quantum theory, but the problem of this solution lies in the lack of reasonableness of such alternative interpretations and in their methodological deficiencies.

*Keywords:* Quantum Theory, Identity, Individuality, Identity of Indiscernibles (Leibniz's Principle)

Dopad kvantovej fyziky na naše chápanie identity a individuality objektov bol zrejmy takmer ihned' po objavení sa tejto teórie na začiatku dvadsiateho storočia. Už v Planckovej slávnej štúdií „O vyžarovaní čierneho telesa“<sup>1</sup> nachádzame štatistické počítanie odlišné od toho, ktoré použil Boltzmann v klasickej štatistickej mechanike. Táto nová „kvantová štatistika“ bola rýchlo začlenená do nasledujúceho rozvoja kvantovej teórie prostredníctvom prác Einsteina,

---

1 PLANCK, M.: Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum. *Annalen der Physik*. Vol. 309, No. 3, 1901, s. 553 – 563.

Boseho, Fermiho, Diraca a Heisenberga.<sup>2</sup> Základný rozdiel spočíval v tom, že zatiaľ čo v klasickej štatistickej mechanike je permutácia (zmena poradia) dvoch inak nerozlišiteľných častíc príčinou vzniku nového usporiadania, v kvantovej štatistike tomu tak nie je. Hoci sú teda častice v prvom zmienenom systéme nerozlišiteľné, ostávajú odlišnými individuami, zatiaľ čo v druhom systéme sa zdá, že strácajú svoju identitu a v určitom zmysle nie sú individuálnymi objektmi. Ako sa neskôr ukázalo, táto neindividuálnosť častíc však nie je nevyhnutným dôsledkom kvantovej štatistiky. Existuje aj celá škála možností, ako v rôznom metafyzickom kontexte interpretovať fyzikálnu bázu a zabezpečiť tak kvantovým entitám status individuálnych, aj keď nerozlišiteľných objektov. Daňou za takýto postup je však narušenie známeho Leibnizovho *princípu identity nerozlišiteľného*, ktorý Leibniz formuloval takto: „Lebo v prírode niet dvoch bytostí, ktoré by boli dokonale rovnaké, a kde by nebolo možné nájsť alebo vnútorný, alebo na vnútornom určení založený rozdiel.“<sup>3</sup> Tento princíp tvrdí, že kedykoľvek majú dve entity ( $a, b$ ) všetky vlastnosti  $F$  rovnaké, sú navzájom identické:  $\forall a \forall b \forall F (F(a) \leftrightarrow F(b)) \rightarrow a = b$ . Leibniz bol presvedčený o tom, že takáto situácia sa v prírode nikdy nerealizuje a tento zákaz postavil na metafyzických základoch. S rôznymi formami argumentácie v prospech takéhoto tvrdenia v kontexte kvantových entít sa môžeme stretnúť v prácach mnohých autorov (van Fraassen, Mittelstaedt, de Costa, Krause), na druhej strane však existuje aj početná skupina odporcov (Aerts, Piron, Constantini, Garibaldi).

## 1. Individualita a identita – základné rozlíšenie

Začnime s konceptom „identity“, ktorý je zväčša považovaný za úplne jednoduchý a neproblematiký, keďže všetko je identické so sebou samým a nič nie je identické s niečím iným. Takéto zjednodušujúce tvrdenie možno chápať ako reakciu na neustále filozofické hádky týkajúce sa tohto problému, sprevádzajúce Fregeho práce a pokračujúce až do súčasnosti. Uvažujme o výroku, ktorý má formu „ $a$  je identické s  $b$ “ ( $a = b$ ), použijúc známy historický príklad „Hesperus je identický s Fosforom“. Podľa jedného názoru (spojeného s Fregeho *Begriffsschrift*) je vzťah identity platný medzi menami, takže mená Hesperus a Fosforus sú vo vzťahu identity vtedy a iba vtedy, ak odkazujú na rovnaký objekt. Tento pohľad však musí byť doplnený úvahou o rozdieli medzi výroky „ $a = a$ “ a „ $a = b$ “. Prvý totiž odkazuje na apriórne poznanie, zatiaľ čo druhý predstavuje pokrok v našom poznaní. Čo ale tento pokrok zabezpečí,

2 Porov. VOLEK, P.: Podobnosť realizmu Alberta Einsteina a Hilaryho Putnama. In: *Studia Aloisiana*, roč. 10, 2019, č. 4, s. 5 – 19.

3 LEIBNIZ, G. W.: Monadológia. In: Hrušovský, I. (ed.): *Antológia z diel filozofov: Novoveká racionalistická filozofia*. Bratislava : Epona, 1970, s. 340.

keď sa príslušný vzťah týka skôr lingvistických entít ako objektov samotných? Práve takéto obavy viedli k alternatívnemu pohľadu (spojenému s Fregeho *Über Sinn und Bedeutung*), v ktorom je vzťah identity vytváraný samotnými objektmi, takže dva objekty sú vo vzťahu identity vtedy a iba vtedy, ak sú rovnakým objektom. Vo vyššie zmienenom výroku sú teda Hesperus a Fosforus tým istým objektom, resp. ich mená sú odlišnými vyjadreniami, odkazujúcimi na jeden objekt. Pre túto chvíľu budeme teda nasledovať neskoršieho Fregeho a tvrdíme, že stav, v ktorom „ $a$  je identické s  $b$ “ znamená, že v skutočnosti nemáme dve odlišné entity, ale iba jednu, na ktorú môžeme odkazovať ako na  $a$ , ale aj ako na  $b$ . Pre našu diskusiu je dôležité, že mnohí komentátori, tak fyzici, ako aj filozofi, chápu tento postoj v tom zmysle, že častice možno považovať za nerozoznatelné.

Samotný výrok „ $a$  je identické so sebou samým“ ( $a = a$ ) je vyjadrením sebaidentity, a preto je typicky považovaný za jednoduchý a neproblematický. V prvom prípade, ak identita leží v pojmoch, je výrok „ $a = a$ “ pravdivý a priori. Ak prijmeme druhú možnosť a vychádzame z toho, že identita sa týka objektov samotných, potom výrok „ $a = a$ “ vyjadruje identitu objektu so sebou samým a tá môže byť naozaj iba ťažko popretá.<sup>4</sup> V oboch prípadoch sa výrok javí ako logická pravda a je chápaný ako jeden zo základných postulátov klasickej logiky. Pri aplikácii takéhoto chápania na kvantový svet sa však situácia skomplikuje. Ako neskôr ukážeme, ak je sebaidentita zviazaná s pojmom individuality a kvantové entity chápeme ako objekty, ktoré sú neindividuálne, potom takéto entity nie sú sebaidentické a my na ich prispôsobenie potrebujeme alternatívny rámec. Pre začiatok budeme individualitu chápať ako fakt, že individuálne je individuálnym, a rozlíšiteľnosť ako fakt, že individuálne je rozlíšiteľné od ostatných individuálnych.

Predmety našej každodennej skúsenosti, akými sú ľudia, stromy, autá, budovy a vlastne všetko z „nášho“ makrosvetu, sú obvykle bez námietok považované za indivíduá. Čo však robí tieto veci indivíduami, ako je táto individualita chápaná a čo ustanovuje princíp individuality? Odpoveď samozrejme nie je jednoznačná a v histórii filozofie nájdeme rôzne spôsoby, ako sa vyrovnáť s týmto problémom. Na začiatok môžeme povedať, že predmety bežnej skúsenosti môžu byť rozlíšené na základe ich odlišných vlastností, čo je vlastne základňa pre možnosť pripísať im individualitu. Takže aj dva veľmi podobné objekty, ako napr. dve mince rovnakej meny a hodnoty alebo identické dvojčky vykazujú určité odlišnosti vo svojich vlastnostiach. Aj keď tieto odlišnosti môžu byť naozaj voľným okom prehliadnuteľné (napr. v prípade mincí), sú dostatočné na rozlíšenie a individuáciu objektov. Objekt je tak vnímaný ako „balík“ vlastností. Individuácia je garantovaná tým, že žiadne dva objekty nemôžu byť úplne nerozlíšiteľné v zmysle vlastnenia úplne rovnakého súboru vlastností. Čo však zaručí, že nejaká iná entita nemôže vlastniť rovnaký súbor vlastností? Jednou z možností je zdefinovať súbor alebo podsúbor vlastností spolu s ďalším princípom, ktorý zabezpečí, že žiadna ďalšia entita nemôže vlastniť takýto

4 LEWIS, D.: *On the Plurality of Worlds*. Oxford : Blackwells, 1986, s. 192 – 193.

súbor alebo podsúbor vlastností. Ak zoberieme do úvahy časopriestorové vlastnosti objektu, potom môžeme zadefinovať *postulát nepreniknuteľnosti*, ktorý tvrdí, že žiadne dve entity nemôžu zaujímať v rovnakom čase rovnaké miesto.<sup>5</sup> Objekty tak nemôžu mať rovnaké časopriestorové vlastnosti, a tak balíky ich vlastností nie sú identické. Kvôli týmto vlastnostiam sú objekty rozlíšiteľné, a preto ich možno považovať za odlišné individuality. Takáto odpoveď sa všeobecne používa nielen vo filozofii, ale aj v klasickej fyzike.

Ako potrebná garancia sa najčastejšie využíva Leibnizov *princíp identity nerozlišiteľného*, ktorý nedovoľuje existenciu dvoch alebo viacerých entít, ktoré by mali všetky relevantné vlastnosti spoločné.<sup>6</sup> Ak pre každú charakteristiku  $F$  objekt  $x$  má  $F$  a ak  $a$  iba ak objekt  $y$  má  $F$ , potom  $x$  je identické s  $y$ :  $\forall F (F(x) \leftrightarrow F(y)) \rightarrow x = y$ . Z Leibnizovho *princípu dostatočného dôvodu* v jeho prvom význame vyplýva, že nemôžu existovať dve čisto numericky odlišné veci. Ak sú totiž rôzne súcna odlišné, musí existovať základ ich odlišnosti, ktorý leží v nich samotných. Keby podstata súcien žiadny základ ich odlišnosti neobsahovala, nemohli by sme hovoriť o odlišných súcnoch, pretože podľa princípu „*predicatum inest subjecto*“ sú všetky určenia založené na úplnom pojme alebo podstate súcna a iba numerický rozdiel by nemohol mať svoj dôvod v podstate súcien.<sup>7</sup> Samotný Leibnizov princíp je sprevádzaný bohatou diskusiou ohľadom jeho statusu. Na jednej strane je považovaný za nutný, pretože každá predstava pripúšťajúca dve entity úplne rovnaké vo všetkých ich vlastnostiach je autokontradiktórna. A práve tento typ argumentácie viedol ku predstave balíka vlastností, ktorý umožňuje efektívne rozlíšenie individuality do úplných súborov vlastností. Na druhej strane sa môžeme stretnúť s niekoľkými známymi argumentmi, ktoré sa snažia ukázať, že tento princíp nemôže byť nutný.<sup>8</sup> Pod tlakom týchto námietok ustúpili prívrženci *princípu* k menej ostrému tvrdeniu, že ide iba o kontingentnú pravdu<sup>9</sup>, a preto aj keď ju nemožno ďalej chápať ako *a priori* logickú pravdu metafyziky, stále môže byť použitá ako metodologický princíp.<sup>10</sup>

Odhladnuc od sebaidentity, môžeme *princíp identity nerozlišiteľného* (PIN) rozvrstviť podľa druhov atribútov  $F$ , ktoré v súvislosti s objektom posudzujeme. Najslabšou verziou, ktorú označíme PIN (1), je tvrdenie, že nie je možné, aby existovali dve individuá, ktoré by mali spoločné všetky vlastnosti. Vo verzii PIN (2) z týchto vlastností ešte vylúčime tie, ktoré možno opísať ako časopriestorové. Silnejšou verziou princípu je PIN (3), ktorý do tohto súboru

5 Striktne vzaté, môžeme pre fermióny tento princíp odvodiť z vlastností vlnovej funkcie a Pauliho vylučovacieho princípu. V prípade bozónov je situácia komplikovanejšia.

6 LEIBNIZ, G. W.: *Discourse on metaphysics and related writings*. Manchester, New York : Manchester University Press, 1988, s. 47.

7 RÖD, W.: *Novověká filosofie II*. Praha : OIKOIMENH, 2004, s. 113.

8 Asi najznámejší z nich nás pozýva uvažovať o možnom svete, obsahujúcom dve nerozlišiteľné železné Zeme. BLACK, M.: The identity of indiscernibles. *Mind*. Vol. 61, No. 242, 1952, s. 153 – 164.

9 CASULLO, A.: The Contingent Identity of Particulars and Universals. In: *Mind*, 123, 1984, s. 527 – 554.

10 HOY, R. C.: Inquiry, intrinsic properties and the identity of indiscernibles. In: *Synthese*, 61, 1984, s. 275 – 297.

zaraduje iba monadické, t. j. nerelačné vlastnosti.<sup>11</sup> Pri výbere relevantných vlastností sa môžeme sústrediť na časopriestorové určenia objektu a prizvať si na pomoc *postulát nepreniknuteľnosti*, s tým účinkom, že žiadne dve entity nemôžu v rovnakom čase obsadiť rovnaké miesto.

Iná línia pokusov o zachovanie PIN-u spočíva v snahe hľadať tento princíp v niečom poza a ponad vlastnosti objektu. Ide teda o niečo transcendujúce všetky vlastnosti veci vrátane tých časopriestorových. Historicky sa nám pre toto transcendujúce „niečo“ ponúkajú viacerí kandidáti. Ako prvá nám určite napadne „substancia“, v ktorej sú určitým spôsobom inherentne prítomné vlastnosti. Locke substanciu opísal ako „niečo, čo nevieme čo“, pretože opísať to znamená hovoriť o jej vlastnostiach, ale samotná substancia nemá vo svojej podstate žiadne vlastnosti. „Teda idea, ktorej dávame všeobecné meno substancia, je iba predpokladaný, ale neznámy nositeľ tých vlastností, ktoré konštatujeme a o ktorých si myslíme, že nemôžu existovať bez veci-nositela, bez niečoho, čo ich obsahuje a čo nazývame substanciou.“<sup>12</sup> Alternatívne môže byť individualita objektu vyjadrená pojmi, ako sú napr. „haecceita“, „základná jednota“ alebo „pôvodné špecifiká“. Každý z týchto pojmov a ich vzájomné rozdiely by si vyžadovali samostatnú štúdiu, ale pre naše potreby stačí mať na pamäti základnú myšlienku, že individualita je zabezpečovaná prostredníctvom „niečoho“, čo ide poza vlastnosti objektu. Aj keď nikdy neexistovala zhoda na tom, ktorá z týchto pozícií by mala byť všeobecne prijatá a ktorý pojem aplikovať na objekty každodennej skúsenosti, predsa tu vo všeobecnosti existovala zhoda, že takéto objekty by mali byť považované za indivíduá. Čo však s objektmi predpokladanými súčasnými fyzikálnymi teóriami, ako sú napr. elektróny, protóny, kvarky atď.? Možno ich považovať za indivíduá?

## 2. Štatistika v kvantových systémoch

Ako sme už naznačili v úvode, v súvislosti s kvantovými systémami sa môžeme stretnúť tak s prístupmi, ktoré obhajujú individualitu a rozlíšiteľnosť v kvantovom svete, ako aj s prístupmi, ktoré ich odmietajú. Pre naše potreby teraz uvažujme o dvojčasticovom systéme, v ktorom máme napr. dva elektróny a skúmame možnosti ich rozdelenia do dvoch stavov. Ide pritom o častice, ktoré sú nerozlišiteľné v tom zmysle, že majú identické základné vlastnosti, akými sú napr. náboj, (pokojo)vá hmotnosť a pod. Pre lepšiu predstavivosť nám budú tieto stavy reprezentovať dve schránky, do ktorých budeme elektróny umiestňovať.

11 Tvrdenie, že žiadne dve indivíduá nemôžu vlastniť monadické vlastnosti, je vskutku veľmi silné, ale je to zároveň jeden zo spôsobov, ako chápať pozíciu samotného Leibniza. Samozrejme, Leibniz aplikoval PIN hlavne na monády, ktoré pre neho boli základnými ontologickými entitami. Fyzikálne objekty, akými sú napr. častice, považoval iba za „odôvodnené javy“.

12 LOCKE, J.: Rozprava o ľudskom rozume. In: Hrušovský, I. (ed.): *Antológia z diel filozofov: Novoveká empirická a osvietená filozofia*. Bratislava: VPL, 1967, s. 82.



V klasickej fyzike získame z tohto usporiadania štyri možnosti umiestnenia elektrónov, keďže možnosti zobrazené na obrázkoch č. 3 a 4 v sebe obsahujú dve permutácie, t. j. zmenu poradia jednotlivých elektrónov v schránkach.

- 1) častice 1 a 2 v stave  $|a^1\rangle$
- 2) častice 1 a 2 v stave  $|a^2\rangle$
- 3a) častica 1 v stave  $|a^1\rangle$ , častica 2 v stave  $|a^2\rangle$
- 3b) častica 1 v stave  $|a^2\rangle$  častica 2 v stave  $|a^1\rangle$

Z týchto štyroch kombinácií sa môže následne vypočítať napr. pravdepodobnosť nájdenia jednej častice v konkrétnom stave.<sup>13</sup> Toto je príklad Maxwellovej-Boltzmannovej štatistiky, ktorá sa veľmi dobre uplatnila pri rozvoji termodynamiky na konci devätnásteho storočia. Ak podľa tejto štatistiky máme  $n$  častíc a  $m$  schránok (stavov), počet všetkých možných usporiadaní je daný vzťahom  $N(m,n) = m^n$ . Otázka znie, čo nám dovoľuje rátať permutácie ako odlišiteľné stavy (obr. 3, 4), aj keď sú častice vo vyššie zmienenom zmysle nerozlišiteľné? Odpoveď, ktorú ponúka klasická fyzika, je taká, že počítanie permutácií ako osobitných stavov je založené na individualite častíc. Z tohto aspektu ich kolektívneho správania sa odvodzuje ich individualita, pretože ich permutácie ovplyvňujú celkový výsledok štatistických predpovedí.<sup>14</sup> Preto sú častice v klasickej fyzike považované v určitom zmysle za indivíduá. Tento prístup je dobre testovateľný, keďže vyššie použitý vzorec vstupuje napr. do hodnoty entropie (miery neusporiadanosti) a závislosti medzi entropiou a inými veličinami sú prístupné experimentálnemu testovaniu.

Zatiaľ čo v oblasti udalostí študovaných klasickou fyzikou sú tieto testy v zhode s Maxwellovou-Boltzmannovou štatistikou, situácia sa dramaticky zmení, len čo sa dostaneme do kvantovej oblasti. Napr. v situácii, keď plyn prejde do režimu veľmi nízkej teploty, už nemožno zanedbať kvantovú podstatu udalostí. Náš záujem obmedzíme na dve štandardné formy štatistiky používané v kvantovom svete, konkrétne na Boseho-Einsteinovu a Fermiho-Diracovu štatistiku. V oboch týchto typoch štatistiky odpadajú permutácie z obrázkov č. 3, 4, a aby sme sa dostali do súladu s experimentálnymi údajmi, musíme situáciu z týchto obrázkov považovať za jeden stav. Toto je štandardne chápané ako odraz faktu, že usporiadania získané permutáciou častíc nevstupujú do počítania v rámci kvantovej štatistiky.

<sup>13</sup> Napr. pravdepodobnosť nájdenia dvoch častíc v jednej schránke je  $\frac{1}{2}$ . To samozrejme platí iba za predpokladu, že žiaden z týchto stavov nepovažujeme za nejakým spôsobom privilegovaný a každý z nich sa uskutočňuje s rovnakou pravdepodobnosťou.

<sup>14</sup> Na toto spojenie medzi kvantovou mechanikou a jej filozofickými dôsledkami veľmi jasne poukázal už Reichenbach, keď ukázal, že vplyv modernej fyziky na filozofické skúmanie individuality by mal byť vyhodnotený na základe správania sa elementárnych častíc v nejakom súbore. Porov. REICHENBACH, H.: *The Direction of Time*. Berkeley : University of California Press, 1956, s. 258.





V Boseho-Einsteinovej štatistike tak dostávame tri možné usporiadania nášho dvojčasticového systému tak, ako sú znázornené na obrázkoch č. 5, 6, 7. Ak by sme štatistiku rozšírili na systém s  $n$  časticami, dostaneme pre Boseho-Einsteinovu štatistiku (kombinácie s opakovaním) vzťah  $N(m, n) = \binom{n+m-1}{m}$ . Tento spôsob počítania vstupuje do všetkých druhov výpočtov termodynamických veličín a jeho výsledky sú vo veľmi dobrom súlade s experimentálnymi údajmi, spomedzi ktorých možno spomenúť vlastnosti tekutého hélia, ktoré je za určitých podmienok supratekuté, to znamená, že tečie bez takmer akéhokoľvek viskózneho odporu.<sup>15</sup>

Existujú však aj iné fyzikálne procesy, ktoré si vyžadujú tretí typ štatistiky. Ani v tomto type štatistiky sa permutácie neberú do úvahy a častice sa navyše riadia princípom objaveným Paulim a neskôr rozšíreným Fermim a Diracom. Pauliho vylučovací princíp hovorí, že žiadne dva nerozlíšiteľné fermióny nemôžu byť v rovnakom kvantovom stave. V našom dvojčasticovom systéme dostávame v rámci Fermiho-Diracovej štatistiky teda iba jedno možné usporiadanie, zodpovedajúce obrázku č. 7, t. j. práve jedna častica v jednej schránke (jednom stave). Pri zovšeobecnení dostaneme vo Fermiho-Diracovej štatistike (kombinácie bez opakovania) pre  $n$  častíc a  $m$  stavov vzťah  $N(m, n) = \binom{n}{m}$ . Príkladom takéhoto systému je tok elektrónov vo vodiči, cez ktorý tečie elektrický prúd.

Pre experimenty tak boli k dispozícii tri druhy štatistiky – Maxwelllova-Boltzmannova, Boseho-Einsteinova a Fermiho-Diracova štatistika, ku ktorým bolo takmer ihneď publikovaných niekoľko príspevkov, snažiacich sa vysvetliť vzťah medzi nimi. Pravdepodobne prvým komplexným pokusom vytvoriť všeobecnú formu štatistickej mechaniky zahrňajúcej všetky tri typy štatistiky bola Fowlerova publikácia.<sup>16</sup> Ehrenfest a Uhlenbeck sa následne zaoberali otázkou, či sú dva nové typy štatistiky nevyhnutne vyžadované formalizmom kvantovej mechaniky, alebo aj v nej ostali oblasti, v ktorých je klasická štatistika stále platná.<sup>17</sup> Dospeli k záveru, že ide o určenie požiadaviek symetrie v súbore všetkých

15 Ide najmä o atómy  $^4\text{He}$ , ktorého jednotlivé častice sú síce fermióny, ale spolu tvoria celok, ktorý nemôže mať polovičný spin, keďže je ich párny počet. Takýto héliový atóm je teda Boseho častica. Pre bozóny ale neplatí Pauliho vylučovací princíp, a preto k javu supratekutosti dochádza vďaka vzniku Boseho-Einsteinovho kondenzátu. Aby bola tekutina viskózna, musia existovať vnútorné straty energie. Avšak pri dostatočne nízkych teplotách, keď sa tepelný pohyb stáva veľmi slabým, sa všetky atómy snažia dostať do tých istých podmienok. Takže ak sa niektoré z nich pohybujú jedným smerom, ostatné sa usilujú pohybovať sa spoločne s nimi. Je to istý typ strnulosti vo vzťahu k pohybu a je ťažké rozbiť tento pohyb na nepravidelné turbulentné časti. Pre úplnosť treba dodať, že aj atómy  $^3\text{He}$  sa stávajú pri určitej (rádovo nižšej) teplote supratekutými, ale keďže sa chovajú ako fermióny, ku vzniku supratekutého stavu dochádza vďaka tvorbe Cooperových párov (kvantový jav).

16 FOWLER, R. H.: General Forms of Statistical Mechanics, with Special Reference to the Requirements of the New Quantum Mechanics. In: *Proceedings of the Royal Society*, A113, 1926, s. 432 – 449.

17 EHRENFEST, P., UHLENBECK, G. E.: Die wellenmechanische Interpretation der Boltzmannschen Statistik neben der neueren Statistiken. In: *Zeitschrift für Physik*, 41, 1927, s. 24 – 26.

riešení Schrödingerovej rovnice pre sústavu častíc, získaných s ohľadom na permutácie všetkých častíc medzi sebou navzájom, ktoré vytvárajú symetrické a antisymetrické kombinácie, a tak zapríčiňujú vznik Boseho-Einsteinovej a Fermiho-Diracovej štatistiky. Ak ale tieto obmedzenia nie sú dané, potom sa ako najvhodnejšia možnosť ukáže použitie Maxwellovej-Boltzmanovej štatistiky. Takéto chápanie toho, čo nová kvantová štatistika zahŕňa, teda že kvantové objekty v určitom zmysle strácajú svoju identitu a nemôžu byť považované za indivíduá, bolo v prvej polovici dvadsiateho storočia tak rozšírené, že ho môžeme nazvať všeobecne prijatým názorom na časticovú neindividualitu.<sup>18</sup> Výborne to neskôr v jednej zo svojich prednášok zhrnul Schrödinger, ktorý takto zdôraznil dôležitosť kvantovej štatistiky: „Existuje všeobecný dôvod na to, aby sme elementárne častice, akými sú elektróny, protóny, kvantá svetla, mezóny, nepovažovali za indivíduá, dôvod dobre známy každému. Keď sa zaoberáte systémom, ktorý obsahuje rovnaké častice, musíte vymazať ich individualitu, aby ste nedostali úplne chybné výsledky.“<sup>19</sup> Podľa Schrödingera tento nedostatok individuality implikuje aj fakt, že častice nemožno považovať za označiteľné nejakým spôsobom. Znamená to teda, že častice nie sú iba rovnaké, ale aj to, že si nemožno žiadnu z nich predstaviť ako nejakým spôsobom označenú tak, aby sme ju neskôr rozpoznali ako „tú istú“.

### 3. Individualita a neindividualita v kvantovej mechanike

Pozrime sa teraz bližšie na to, aké dôsledky má použitie kvantovej štatistiky na chápanie individuality častíc. Prvý prístup prijíma tvrdenie, že kvantové častice nie sú individuálne, ale odmieta, že by to zakladalo kľúčový rozdiel medzi nimi a ich klasickými náprotivkami. V rámci takéhoto prístupu nevlastnia klasické častice, rovnako ako ich kvantové náprotivky, iba rovnaké vnútorné vlastnosti, ale sú tiež nerozlíšiteľné v silnejšom zmysle slova, teda sú považované za neindividuálne. Ak totiž neberieme do úvahy časopriestorové vlastnosti a PIN prijímame ako základ nášho chápania individuality, potom je naozaj pravda, že klasické častice tento princíp nejakým spôsobom narúšajú. Na tomto základe môžu byť považované za neindividuálne. Pre zachránenie individuality klasických častíc sa však podľa môjho názoru stačí odvolať na

18 Tento pohľad môžeme nazvať centrálnym už v pokusoch vyrovnáť sa s novou fyzikou v dokumentoch Solvayskej konferencie (1927), na ktorej sa definitívne profilovala tzv. kodanská interpretácia kvantovej mechaniky. Napr. Paul Langevin komentoval rozdiel medzi „starou“ a „novou“ štatistikou tak, že v rámci tej druhej musí byť individualita častíc opustená v prospech individuality dynamických stavov. V prípade, že je ľubovoľnému počtu častíc dovolené zaujať jeden takýto stav, nastupuje Boseho-Einsteinova štatistika, v prípade, že takýto stav môže zaujať iba jedna častica, uplatňuje sa Fermiho-Diracova štatistika.

19 SCHRÖDINGER, E.: *The Interpretation of Quantum Mechanics: Dublin Seminars (1949 - 1955) and other unpublished essays*. Woodbridge, Conn. : OxBow Press, 1995, s. 32.



relevantný súbor časopriestorových vlastností spolu s *postulátom nepreniknuteľnosti*, takže sa vlastne vrátíme k nejakej forme PIN-u, ktorá nebola narušená. (V tomto prípade je to konkrétne PIN (1).)

Ako sme už ale naznačili, tento prístup nemožno použiť v súvislosti s kvantovými časticami, a to prinajmenšom v súlade so štandardnou interpretáciou kvantovej mechaniky. Iná perspektíva zahŕňa presvedčenie, že klasické častice sú individuá a odmieta prijať ako dôsledok kvantovej štatistiky tvrdenie, že kvantové častice sú v akomkoľvek zmysle neindividuálne. Je to záver, ktorý sme už vyššie prezentovali a ktorý vyplýva zo zistenia, že ak by sme do štatistiky zahrnuli aj stavy s permutáciami, naša teória by nezodpovedala nameraným údajom. Práve tento fakt je základnou motiváciou pre prijatie metafyziky neindividuality. To, že permutácie častíc nemožno rátať do celkového počtu, zároveň znamená, že nie je možné uskutočniť žiadne meranie, ktorého výsledkom by bola rozpoznateľná odlišnosť medzi permutovanými (konečnými) a nepermutovanými (pôvodnými) stavmi. Toto pravidlo je vyjadrené v tzv. *postuláte nerozlišiteľnosti*: „... ak je partikulárna permutácia aplikovaná na ľubovoľný ket (vektor v Hilbertovom priestore) pre množinu častíc, potom neexistuje žiaden spôsob pozorovania v akomkoľvek čase na rozlíšenie výsledného permutovaného ketu od pôvodného nepermutovaného ketu.“<sup>20</sup>

Tento prístup sa snaží ukázať, že účinkom *postulátu nerozlišiteľnosti* je rozdelenie relevantného Hilbertovho priestoru do niekoľkých neredukovateľných podprieštory, korešpondujúcich s odlišnými typmi symetrií. Tieto podprieštory zodpovedajú rozličným neredukovateľným reprezentáciám permutujúcej skupiny.<sup>21</sup> Ak teda existujú stavy zodpovedajúce podprieštrom rozličných reprezentácií, potom prechod medzi takýmito stavmi musí byť zakázaný. Napr. bozóny tak „žijú“ v jednodimenzionálnom symetrickom podprieštore a fermióny v jednodimenzionálnom antisymetrickom podprieštore. Toto nám dáva nový pohľad na *postulát nerozlišiteľnosti*, ktorý zavádza obmedzenie stavu súboru častíc takým spôsobom, že ak je častica v danom podprieštore, potom sú pre ňu iné podprieštory (zodpovedajúce iným typom symetrií) neprístupné. Ak sa vrátíme k nášmu príkladu s dvoma časticami distribuovateľnými do dvoch stavov, toto alternatívne chápanie *postulátu nerozlišiteľnosti* pripúšťa úplne odlišné vysvetlenie redukcie štatistických hodnôt. V tomto prípade je zavedené obmedzenie, že ak je stav systému buď symetrický alebo antisymetrický, potom sa realizuje iba jeden z dvoch možných stavov vytváraných permutáciami častíc. Výsledkom toho je, že štatistická hodnota zodpovedajúca situácii „každá častica v jednom stave“ je polovičná z klasickej hodnoty. Z tohto pohľadu nie sú stavy vytvárané permutáciami častíc zahrnuté do štatistického počtu nie preto, že by

20 GREENBER, O. W. and MESSIAH, A. M. L.: Symmetrization Postulate and Its Experimental Foundation. In: *Physical Review*, 136B, 1964, s. 250.

21 Tak napr. v prípade troch častíc, je príslušný šesťdimenzionálny podprieštory rozložený na neredukovateľné podprieštory, konkrétne jednodimenzionálny symetrický podprieštory, ďalší jednodimenzionálny antisymetrický podprieštory a dva dvojdimenzionálne paračasticové podprieštory. Stavy pre „bežné“ častice zodpovedajú jednodimenzionálnym podprieštrom, zatiaľ čo paračasticové stavy zodpovedajú multidimenzionálnym podprieštrom.

neexistovali, ale jednoducho preto, že nie sú dostupné pre častice príslušného typu symetrie. Vysvetlenie redukcie štatistických hodnôt prostredníctvom nedostupnosti určitých stavov je v kontraste s vysvetlením prostredníctvom neklasickej metafyzickej prirodzenosti častíc, chápaných ako neindividuálne. V tomto zmysle je možné ich považovať za individuálne častice, pre ktoré sú určité stavy neprístupné. To, že sú niektoré stavy štatisticky „nečinné“, neznamená, že sú takými aj v metafyzickom zmysle.<sup>22</sup> Takéto alternatívne vysvetlenie spolu so špecifickým chápaním *postulátu nerozlíšiteľnosti* umožňuje aj pre kvantové častice ostať pri metafyzike individuality.

## 4. Alternatívne prístupy pre zachovanie PIN-u

Vráťme sa teraz k diskusii o narušení PIN-u v rôznych jeho variantoch. Ako sme už ukázali, verzie PIN (2) a PIN (3) sú jasne narušené už v klasickej fyzike, v ktorej sú odlišné častice rovnakého druhu považované za nerozlíšiteľné v tom zmysle, že rovnako vlastnia všetky vnútorné vlastnosti, t. j. vlastnosti, ktoré sú vo všeobecnosti považované za nerelačné. Avšak PIN (1) ostáva zachovaný, pretože klasická štatistická mechanika predpokladá „nepreniknuteľnosť“ častíc, takže ich časopriestorové trajektórie sa nemôžu prekrývať. Tieto častice teda možno individuovať práve na základe časopriestorových vlastností. Nepreniknuteľnosť častíc sme teda identifikovali ako jednu z podmienok zachovania PIN-u a jeden zo základných predpokladov klasickej fyziky, ktorý možno nájsť v mnohých textoch klasickej fyziky.<sup>23</sup> Klasická štatistická mechanika je teda založená na úvahách o atomárnych, resp. molekulárnych trajektóriách a princíp nepreniknuteľnosti treba považovať za kľúčový pre zaistenie možnosti reidentifikovateľnosti a v konečnom dôsledku individuality častíc. Takýto prístup môžeme nájsť napr. u Reichenbacha, konkrétne v koncepcii tzv. materiálnej „genidentity“.<sup>24</sup> Genidentita je vo všeobecnosti vzťah, ktorý spája odlišné stavy

22 FRENCH, S.: Identity and Individuality in Classical and Quantum Physics. In: *Australasian Journal of Philosophy*. Vol. 67, No. 4, 1989, s. 432 – 446.

23 Napr. Newton charakterizoval základy svojej prvotnej teórie mechaniky v termínoch nepreniknuteľnosti, pohyblivosti a schopnosti zapôbiť na zmysly. V *Optike* nachádzame aj takéto vyjadrenie: „...zdá sa mi, že Boh na počiatku vytvoril hmotu z pevných, hmotných, ťažkých, nepreniknuteľných, pohyblivých častíc...“ (NEWTON, I.: *Opticks or, a treatise on the reflections, refractions, inflections and colours of light*. London, 1717, s. 375) Rovnako aj na sklonku rozvoja klasickej mechaniky môžeme spomenúť jednu zo základných axiém Boltzmanových *Princípov mechaniky*: „Predpokladajme, že žiadne dva materiálne body nikdy v rovnakom čase nezaberajú rovnaké miesto alebo sa nemôžu navzájom nekonečne priblížiť.“ BOLTZMANN, L.: *Vorlesungen über Gastheorie I. Theil*. Leipzig : Johann Ambrosius Barth, 1896.

24 Pôvodne tento koncept pochádza od psychológa Kurta Lewina, ktorý genidentitu chápal ako existenciálny vzťah, ktorý je základom histórie objektu. To, čo zvyčajne považujeme za jeden objekt, sa podľa Lewina skladá z viacerých entít, ktoré sú fázami objektu v rôznych časoch. Dva objekty nie sú totožné, pretože majú rovnaké spoločné vlastnosti, ale preto, lebo jeden sa rozvinul do druhého. Tento pojem sa však nikdy nestal predmetom rozsiahlej diskusie v pôvodnom zmysle. Pôvodný koncept bol však

rovnakej veci v rozličných časoch. Podľa Reichenbacha je naša predstava fyzikálnej identity založená práve na vlastnostiach tohto vzťahu a je definovaná kontinuitou, nepreniknuteľnosťou a možnosťou označenia.<sup>25</sup>

Iná situácia však nastáva v oblasti kvantovej mechaniky. Prináša totiž možnosť chápať častice nielen ako rovnako vlastniace všetky vnútorné vlastnosti, ale aj vlastnosti závislé na stave. V takomto zmysle by bola narušená aj najslabšia forma PIN-u (1) a celý PIN by bol v skutočnosti chybný. Preto ani nemôže byť efektívne použitý na garantovanie individuality skrze vlastnosti závislé na stave, analogicky ku klasickému prípadu. Aby sme sa nemuseli uchýliť k založeniu individuality kvantových častíc na pojmoch substancie, základnej odlišnosti alebo haecceity, ukážeme teraz niektoré alternatívne prístupy.

Okrem tzv. kodanského (ortodoxného) výkladu kvantovej mechaniky<sup>26</sup> totiž existujú aj iné interpretácie. Jeden z takýchto prístupov vychádza z modálnej interpretácie kvantovej teórie. Základné obrysy tohto programu sa objavujú už v raných príspevkoch van Fraassena.<sup>27</sup> V priebehu osemdesiatych rokov 20. storočia ďalší filozofi, väčšinou s výrazne realistickejším presvedčením ako van Fraassen, pochopili, že kľúčové črty tohto prístupu môžu byť využité na interpretácie kvantovej teórie spolu s ďalším filozofickým záujmom (Kochen, Dieks, Healey). Van Fraassen prišiel s takou formou modálnej interpretácie, v kontexte ktorej by mohol byť PIN vo svojej štandardnej forme zachovaný. Centrálnym pre jeho prístup je rozdelenie na tzv. „hodnotové“ stavy, ktoré sú plne stanovené uvedením, ktoré pozorované veličiny majú hodnoty a aké tieto hodnoty sú a tzv. „dynamické“ hodnoty, ktoré sú stanovené tým, ako sa systém bude rozvíjať, či už izolovane, alebo pod vplyvom nejakého pôsobenia.<sup>28</sup> Ak definujeme súbor možných vlastností určitého fyzikálneho systému, potom môžeme tvrdiť, že dynamický stav generuje v rámci tejto množiny mieru pravdepodobnosti (v množinovom význame), ktorú možno interpretovať ako rozsah našej nevedomosti, čo umožňuje zaviesť dostatočnú charakterizáciu stavov líšiacich sa parametrom. Kvantovo-mechanické pravdepodobnostné meranie zabezpečuje istý druh minimálnej empirickej prijateľnosti s ohľadom na vlastnosti zo súboru možných vlastností. Vývoj dynamického stavu je deterministický, v súlade so Schrödingerovou rovnicou, ale hodnotový stav sa

---

neskôr niektorými filozofmi (Carnap, Hermes, Reichenbach, Grünbaum, van Fraassen) extrahovaný z jeho pôvodného kontextu a následne začlenený do niektorých partikulárnych teórií v rámci filozofii vedy, ako je napr. topológia vesmíru alebo axiomatizácia mechaniky.

25 REICHENBACH, H.: *The Direction of Time*, s. 225.

26 Tento termín je skôr nálepkou, čo vytvorili ľudia, ktorí nesúhlasili s Bohrovou myšlienkou komplementarity na identifikovanie toho, čo pokladali za spoločné črty Bohrovej – Heisenbergovej interpretácie, tak ako sa objavila v dvadsiatych rokoch 20. storočia. Dnes sa kodanská interpretácia väčšinou pokladá za synonymum indeterminizmu, Bohrovho princípu korešpondencie, Bornovej štatistickej interpretácie vlnovej funkcie a Bohrovej komplementárnej interpretácie určitých atómových javov. Porov. KARABA, M.: Kodanský výklad kvantovej teórie a jeho vybrané filozofické dôsledky. In: *Studia Aloisiana*, roč. 5, 2014, č. 2, s. 47 – 63.

27 FRAASSEN, B. van: A Formal Approach to the Philosophy of Science. In: COLODNY, R. (ed.): *Paradigms and Paradoxes: The Philosophical Challenge of the Quantum Domain*. Pittsburgh : University of Pittsburgh Press, 1972, s. 303 – 366.

28 FRAASSEN, B. van: *Quantum Mechanics: An Empiricist View*. Oxford : Clarendon Press, 1991, s. 275.

mení nepredvídateľne, v rámci obmedzení daných dynamickým stavom. Keďže aktuálne hodnoty pozorovaných veličín, pridané ku opisom relevantných dynamických stavov, nezvyšujú prediktívnu silu, sú považované za empiricky prebytočné. V prípade fermiónov môžu byť rozličné hodnotové stavy pripísané jednotlivým časticiam, takže PIN by mal byť zachránený.

Ďalším „neortodoxným“ prístupom je bohmovská interpretácia kvantovej mechaniky.<sup>29</sup> V bohmovskej mechanike je systém častíc čiastočne opísaný vlnovou funkciou, vyvíjajúcou sa (ako zvyčajne) podľa Schrödingerovej rovnice. Vlnová funkcia však poskytuje iba čiastočný opis systému, ktorý musí byť doplnený špecifikáciou aktuálnej polohy častice, čo sa vyvíja podľa „sprievodnej rovnice“, vyjadrujúcej rýchlosti častíc v termínoch vlnovej funkcie. Usporiadanie systému častíc sa podľa tejto interpretácie vyvíja cestou deterministického pohybu, naaranžovaného vlnovou funkciou. Pre bohmovskú mechaniku je stav systému  $N$  častíc, opísaný vlnovou funkciou  $\psi = \psi(q_1, \dots, q_N) = \psi(q)$  a súborom funkcií v priestore možných konfigurácií  $q$  systému, spolu s jeho aktuálnou konfiguráciou  $Q$ , definovanou aktuálnymi polohami  $Q_1, \dots, Q_N$  jeho častíc. Teória je definovaná dvoma rozvojovými rovnicami.<sup>30</sup> Tieto dve rovnice pre  $N$ -časticový systém (spolu s detailnou špecifikáciou hamiltoniánu, zahŕňajúcou všetky interakcie súvisiace s potenciálnou energiou) kompletne formulujú a vymedzujú bohmovskú mechaniku. Ku štandardnej formulácii kvantovej mechaniky sa tak pridáva súbor jednotlivých trajektórií, z ktorých každá je determinovaná sprievodnou rovnicou, spolu s počiatočnou polohou častíc. Takáto interpretácia sa javí ako prirodzený základ pre metafyzický balík zahŕňajúci chápanie kvantových objektov ako individualít. A naozaj sa zdá, že je tak zachránená verzia PIN-u (1), pretože sa odvoláme na relevantný súbor časopriestorových vlastností spolu s *postulátom nepreniknuteľnosti*. Dá sa však ukázať, že veci nie sú tak jasné, ako by sa mohlo na prvý pohľad zdať. Problémom v tejto interpretácii kvantovej mechaniky je to, že vnútorné vlastnosti nemožno považovať iba za vlastnené samotnými objektmi, ale treba ich v nejakom zmysle priradiť aj pilotnej vlne. A to je opäť cena, ktorú musíme zaplatiť za podporu individuálneho chápania kvantových objektov.

## Záver

V tejto štúdií sme sa pokúsili načrtnúť základné filozofické aspekty diskusie, týkajúcej sa identity a individuality kvantových objektov, najmä v sú-

29 Bohmovská mechanika, ktorá je často označovaná aj ako de Broglieho-Bohmova teória, a príslušná interpretácia kvantovej mechaniky je podobou kvantovej teórie, ako ju navrhol Louis de Broglie v roku 1927 a znovu objavil D. Bohm v roku 1952. Je najjednoduchším príkladom toho, čo sa obyčajne nazýva kvantovou mechanikou skrytých premenných.

30 1. Schrödingerova rovnica:  $i\hbar(\partial\psi/\partial t) = H\psi$  pre  $\psi(t)$ , kde  $H$  je nerelativistický hamiltonián, obsahujúci hmotnosť častíc a potenciálnu energiu. 2. Sprievodná rovnica:  $dQ_k/dt = (\hbar/m_k) \text{Im}[\psi^* \partial_k \psi / \psi^* \psi]$  ( $Q_1, \dots, Q_n$ ) pre  $Q(t)$  ako najjednoduchšia rovnica prvého rádu na určenie polohy častice.

vislosti s Leibnizovým *princípom identity nerozlíšiteľného*. Ako sa ukázalo, neindividuálnosť častíc nie je nevyhnutným dôsledkom kvantovej štatistiky. Existuje celá škála možností, ako v rôznom metafyzickom kontexte interpretovať fyzikálnu bázu a zabezpečiť tak kvantovým entitám status individuálnych, aj keď nerozlíšiteľných objektov. Daňou za takýto postup je však narušenie Leibnizovho princípu, pretože častice (hoci experimentálne odlišiteľné) nemôžu byť individuované skrze balík monadických vlastností. Možno teda povedať, že silná verzia Leibnizovho princípu - PIN (3) zlyháva pre všetky častice. Na tento stav možno reagovať tak, že budeme trvať na pôvodnom koncepte individuality a obrátíme sa na transcendentné pojmy individuality (napr. lockovské *substratum* alebo scotovská *haecceitas*). Inou možnosťou je zameranie sa na alternatívne výklady kvantovej teórie (modálna interpretácia, bohmovská mechanika). Základný problém tohto riešenia spočíva v nedostatočnej odôvodnenosti takýchto alternatívnych interpretácií a v ich metodologických nedostatkoch. Druhou principiálnou možnosťou je rezignovať a zbaviť sa úplne individuality kvantových objektov.<sup>31</sup>

## Použitá literatúra

- BLACK, M.: The identity of indiscernibles. *Mind*. Vol. 61, No. 242, 1952, s. 153 – 164.
- BOLTZMANN, L.: *Vorlesungen über Gastheorie I. Theil*. Leipzig : Johann Ambrosius Barth, 1896.
- BORN, M.: *Experiment and Theory in Physics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1943.
- CASULLO, A.: The Contingent Identity of Particulars and Universals. In: *Mind*, 123, 1984, s. 527 – 554.
- EHRENFEST, P., UHLENBECK, G. E.: Die wellenmechanische Interpretation der Boltzmannschen Statistik neben der neueren Statistiken. In: *Zeitschrift für Physik*, 41, 1927, s. 24 – 26.
- FOWLER, R. H.: General Forms of Statistical Mechanics, with Special Reference to the Requirements of the New Quantum Mechanics. In: *Proceedings of the Royal Society*, A113, 1926, s. 432 – 449.
- FRAASSEN, B. van: A Formal Approach to the Philosophy of Science. In: COLODNY, R. (ed.): *Paradigms and Paradoxes: The Philosophical Challenge of the Quantum Domain*. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 1972, s. 303 – 366.
- FRAASSEN, B. van: *Quantum Mechanics: An Empiricist View*. Oxford : Clarendon Press, 1991.

<sup>31</sup> BORN, M.: *Experiment and Theory in Physics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1943, s. 27 – 29; SCHRÖDINGER, E.: *Science Theory and Man*. London, Allen & Unwin 1957; REDHEAD, M. and TELLER, P.: Particle Labels and the Theory of Indistinguishable Particles in Quantum Mechanics. In: *British Journal for the Philosophy of Science*. Vol. 43, No. 2, 1992, s. 201 – 218.

- FRENCH, S.: Identity and Individuality in Classical and Quantum Physics. In: *Australasian Journal of Philosophy*. Vol. 67, No. 4, 1989, s. 432 – 446.
- GREENBER, O. W. and MESSIAH, A. M. L.: Symmetrization Postulate and Its Experimental Foundation. In: *Physical Review*, 136B, 1964, s. 248 – 267.
- HOY, R. C.: Inquiry, intrinsic properties and the identity of indiscernibles. In: *Synthese*, 61, 1984, s. 275 – 297.
- KARABA, M.: Kodanský výklad kvantovej teórie a jeho vybrané filozofické dôsledky. In: *Studia Aloisiana*, roč. 5, 2014, č. 2, s. 47 – 63.
- LEIBNIZ, G. W.: *Discourse on metaphysics and related writings*. Manchester, New York : Manchester University Press, 1988.
- LEIBNIZ, G. W.: Monadológia. In: Hrušovský, I. (ed.): *Antológia z diel filozofov: Novoveká racionalistická filozofia*. Bratislava : EPOCHA, 1970, s. 340.
- LEWIS, D.: *On the Plurality of Worlds*. Oxford : Blackwells, 1986.
- LOCKE, J.: Rozprava o ľudskom rozume. In: Hrušovský, I. (ed.): *Antológia z diel filozofov: Novoveká empirická a osvietenská filozofia*. Bratislava : VPL, 1967.
- NEWTON, I.: *Opticks or, a treatise on the reflections, refractions, inflections and colours of light*. London, 1717.
- PLANCK, M.: Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum. *Annalen der Physik*. Vol. 309, No. 3, 1901, s. 553 – 563.
- REDHEAD, M. and TELLER, P.: Particle Labels and the Theory of Indistinguishable Particles in Quantum Mechanics. In: *British Journal for the Philosophy of Science*. Vol. 43, No. 2, 1992, s. 201 – 218.
- REICHENBACH, H.: *The Direction of Time*. Berkeley : University of California Press, 1956.
- RÖD, W.: *Novověká filosofie II*. Praha : OIKOIMENH, 2004.
- SCHRÖDINGER, E.: *Science Theory and Man*. London : Allen & Unwin, 1957.
- SCHRÖDINGER, E.: *The Interpretation of Quantum Mechanics: Dublin Seminars (1949 – 1955) and other unpublished essays*. Woodbridge, Conn. : OxBow Press, 1995.
- VOLEK, P.: Podobnosť realizmu Alberta Einsteina a Hilaryho Putnama. In: *Studia Aloisiana*, roč. 10, 2019, č. 4, s. 5 – 19.

doc. PhDr. Miroslav Karaba, PhD.  
Teologická fakulta Trnavskej univerzity  
Kostolná 1, P. O. BOX 173  
814 99 Bratislava  
miroslav.karaba@truni.sk